

## مدل‌سازی تیر انعطاف پذیر تحریک شده توسط سیم آلیاژ حافظه دار

آرمین باغی باغبان<sup>۱</sup>، سعیدضیایی راد<sup>۲</sup>

armin.baghban@gmail.com

szrad@cc.iut.ac.ir

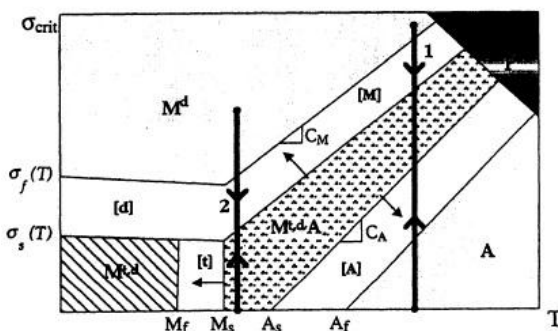
### خلاصه

آلیاژهای حافظه دار یکی از محرک‌های مورد توجه در سازه‌های هوشمند به علت دو اثر منحصربفرد، که به عنوان اثر حافظه شکل<sup>۳</sup> و سوپرالاستیسیته<sup>۴</sup> است شناخته می‌شوند. این ویژگی‌ها ناشی از تحولات فازی که در اثر دما یا تغییرات تنش اعمالی است. به دلیل کرنش بازیابی بالا (تا حدود ۱۰٪) و قدرت بالا نسبت به وزن، آلیاژهای حافظه دار به طور گسترده‌ای برای کنترل شکل ساختارهای انعطاف پذیر استفاده می‌شوند. در این مقاله مسئله تغییر شکل تیر از طریق گرم و سرد کردن سیم‌های آلیاژ حافظه دار مورد بررسی قرار گرفته است. قانون ساختاری برای سیم‌های حافظه دار با تئوری تیر برای ارائه پیش بینی شکل تیر تحت تغییر درجه حرارت ترکیب شده است. در آخر مثالی برای یک سیم متصل شده به انتهای یک تیر یکنواخت آورده شده است، سپس چندین مورد مطالعه شده است و نتایج در جزئیات بحث شده است.

کلمات کلیدی: آلیاژ حافظه دار، اثر حافظه شکل، تئوری تیر، کنترل فعال

### ۱. مقدمه

آلیاژهای حافظه دار یکی از محرک‌های مورد توجه در سازه‌های هوشمند به علت دو اثر منحصربفرد، که به عنوان اثر حافظه شکل و سوپرالاستیسیته است شناخته می‌شوند. این ویژگی‌ها ناشی از تحولات فازی که در اثر تغییرات دما یا تغییرات تنش اعمالی است، که خواص حرارتی و دمایی منحصربفردی از آلیاژهای حافظه دار در زمینه‌های متنوع مهندسی ارائه می‌دهد. رفتار حافظه شکل به سبب تحول فاز کریستالی ترموالاستیک برگشت پذیر بین یک فاز مادر با تقارن بالا (آستنیت) و فاز محصول با تقارن کم (مارتنزیت) است، تغییرات فاز به عنوان تابعی از تنش و دما رخ می‌دهد. تشکیل فاز مارتنزیتی تحت تنش تک محوری یا برشی در شکل‌گیری جهت‌گیری‌های مختلف کریستال برگزیده (بوسیله‌ی غیر دوقلویی) که منجر به رسیدن به یک کرنش بزرگ قابل بازیابی (در حدود ۱۰٪) می‌شود. تغییر شکل‌های بزرگ می‌تواند به راحتی و قابل تولید مجدد با این مواد ایجاد شود، یا متناوباً در یک وضعیت محدود، تنش‌های بزرگی می‌تواند به اجزای سازه متصل شده داده شود. رفتار تنش-دما از یک آلیاژ حافظه دار می‌تواند توسط دیاگرام فازی که در شکل زیر آمده توصیف شود.



شکل ۱ دیاگرام فازی: تنش بحرانی برای تبدیل کریستال‌های دوقلویی و مارتنزیت آستنیت به عنوان تابعی از دما [۱]

<sup>۱</sup> کارشناس ارشد - موسسه آموزش عالی جامی

<sup>۲</sup> استاد تمام - دانشگاه صنعتی اصفهان

<sup>۳</sup> Shape Memory Effect (SME)  
<sup>۴</sup> pseudoelsticity

شکل ۱ برای یک ماده با انجام آزمایش کششی در دماهای مختلف برای نوارهای تحول [M]، [A]، [t] و [d] بدست آمده است. در مسیر بارگذاری با مولفه‌ها در جهت بردار نوار تحول، تحول از فاز مادر به فاز محصول (یا بالعکس) در نوار مربوطه رخ می‌دهد. در دماهای بالا، مواد بارگذاری نشده آستنیت هستند و پس از رسیدن به تنش بحرانی در طول بارگذاری تحول به غیر دوقلویی (جهت‌دار) مارتنزیت رخ می‌دهد، که پس از باربرداری معکوس می‌شود همان‌طور که ماده به فاز آستنیت برمی‌گردد (به مسیر بارگذاری ۱ در شکل ۱ نگاه کنید). در اینجا، ماده تحت یک کرنش بزرگ در طول نوار تحول [M]، که در یک حلقه پسماند به عنوان ماده از طریق نوار [A] عبور می‌کند بازیابی می‌شود. در دماهای پایین‌تر، پس از بارگذاری یک آستنیت یا ماده مارتنزیت دوقلویی نیز تحت تحول به مارتنزیت غیردوقلویی از طریق نوارهای [M] و [d] عبور میکنند (مسیر ۲ در شکل ۱). اینجا هیچ کرنشی به محض باربرداری بازیابی نمی‌شود، همان‌طور که ماده در حالت غیردوقلویی آن باقی مانده است. بازیابی کرنش را می‌توان متعاقباً با حرارت دادن این ماده از طریق نوار [A] بدست آورد. خنک کردن ماده در فاز آستنیتی در سطح‌های تنش کم یا صفر به طوری که مسیر را از طریق نوار [t] عبور می‌کند در شکل‌گیری مارتنزیت دوقلویی بدون تغییر شکل ماکروسکوپی یا کرنش نتیجه می‌دهد. مسیرهای بارگذاری در این مقاله، از آنجائی که سیم آلیاژحافظه‌دار توسط تیر الاستیک در طول بارگذاری/حرارت دهی محدود شده است، پیچیده‌تر می‌باشند. لازم به ذکر است که درجه حرارت آغاز تشکیل مارتنزیت  $M_s$  و درجه حرارت پایان تشکیل این فاز  $M_f$  نام دارد. این استحاله برگشت پذیر بوده و با گرم کردن مارتنزیت می‌توان به فاز آستنیت دست یافت. در این صورت دمای آغاز تشکیل آستنیت را  $A_s$  و دمای پایان تشکیل آن را  $A_f$  می‌نامند.

## ۲. آلیاژ حافظه دار و تیر و مروری بر کارهای انجام شده در زمینه

دو راه با استفاده از آلیاژهای حافظه دار به عنوان محرک برای کنترل شکل سازه‌های انعطاف پذیر وجود دارد. می‌توان آن را در داخل ورقه‌های کامپوزیت جاسازی شده و یا به طور خارجی به ساختار متصل کرد. از آنجایی که محرک می‌تواند در فواصل مختلف آفست (خارج از مرکز) از تیر قرار داده شود، محرک‌های خارجی، لنگر خمشی بیشتر و در نتیجه تغییر شکل بیشتر با همان بزرگی از نیروی تحریک تولید می‌کنند. چنین پیکربندی همچنین اجازه‌ی معرفی خنک‌سازی انتقال حرارت سریع، که در کاربردهای کنترل شکل خیلی مهم است و نیازمند پاسخ فرکانس بالا از محرک‌های آلیاژهای حافظه دار است را می‌دهد. به دلیل نقش مهم تیر در مکانیک سازه، ترکیبی از تیرهای قابل انعطاف با سیم‌ها و نوارهای آلیاژهای حافظه دار توسط برخی محققان در نظر گرفته شده است.

چادوری و راجرز<sup>۵</sup> (۱۹۹۱) [۲] خمش تیر تحت اتصال خارجی سیم آلیاژ حافظه دار در نظر گرفتند که امکان استفاده از این پیکربندی برای کاربردهای کنترل شکل را نشان می‌داد، مقدار ثابت از یک بار متصل شده مورد استفاده قرار گرفت و هیچ پارامتر واقعی مخصوص مواد آلیاژ حافظه دار درگیر وجود نداشت. برند و همکاران<sup>۶</sup> (۱۹۹۴) [۳] راه حلی برای تیر انعطاف پذیر با محرک‌های آلیاژ حافظه دار که مدل ساختاری برای آلیاژ حافظه دار استفاده شده بود ارائه دادند. بهر حال، الزام بررسی بیشتر برای روش حل و ادغام بین تیر و محرک‌های آلیاژ حافظه دار که در کار چادوری و راجرز شامل نمی‌شد پیدا کردند.

شو و همکارانش<sup>۷</sup> (۱۹۹۷) [۴] مدل ترمودینامیکی برای پیش بینی پاسخ سازه یک تیر انعطاف پذیر با محرک‌های آلیاژ حافظه دار را گسترش دادند. آنها اول آنالیز استاتیکی غیرخطی هندسی برای بررسی شکل تغییر فرم یافته‌ی یک تیر آزاد انعطاف پذیر که توسط یک سیم آلیاژ حافظه دار خارجی متصل شده که توسط گرمایش ژول تحریک شده است را انجام دادند. نیروی تحریک اعمال شده توسط محرک آلیاژ حافظه دار به تیر توسط حل یک مسئله ادغامی که ترکیبی از یک مدل ساختاری ترمودینامیکی آلیاژهای حافظه دار با معادله‌ی هدایت گرما در آلیاژ حافظه دار و مدل سازه‌ی تیر ارزیابی شده بود. با توجه به اینکه دو سیم آلیاژ حافظه دار متصل به مجموعه تیر آزمایشی شو شده بود، یکی از سیم‌ها همواره یکی از سیم‌ها فعال بود. همچنین آنها ادغام سیم غیرفعال با ساختار تیر را به حساب نیاوردند. موکم<sup>۸</sup> (۲۰۰۳) [۵] یک طرح کنترل غیرخطی برای کنترل انحراف یک سیستم تیر انعطاف پذیر با استفاده از سیم‌های آلیاژ حافظه دار معرفی کرد، با در نظر گرفتن ویژگی‌های خطی و غیرخطی و حرارتی، او یک طرح کنترل به منظور تنظیم نیروی اعمال شده توسط محرک آلیاژ حافظه دار متصل شده به یک تیر انعطاف پذیر ارائه و توسعه داد، او همچنین اثر سیم غیرفعال را نادیده گرفت. بدیهی است که در کاربرد واقعی از آلیاژ حافظه دار به عنوان محرک برای مقاصد کنترل شکل، تعداد محرک‌ها نمی‌تواند به یک محرک برای تمام کاربردها محدود شود، به عنوان مثال در برخی

مقالات مانند [۶ و ۷] نیروی تحریک که برای تغییر شکل لازم شده است توسط چندین محرک تامین شده است. با وجود اینکه اثر سیم های فعال و غیر فعال نادیده گرفته شده، آنها ممکن است اثر عمیقی بر رفتار تیر هوشمند داشته باشند، همچنین مکان محرک می تواند نقش مهمی در بهبود قابلیت کنترل یک سیستم و به حداقل رساندن مصرف انرژی توسط هر محرک بازی کند.

### ۳. روابط ساختاری ترمودینامیکی برای آلیاژ حافظه دار

برای بیان رفتار آلیاژ حافظه دار سه مدل ساختاری یک بعدی وجود دارد که توسط تاناکا، لیانگ و برینسون ارائه شده است. یک اشکال عمده در مدل لیانگ و تاناکا این است که آنها تنها تحول از مارتنزیت به آستنیت و تحول برعکس آن را توصیف می کنند. بنابراین نمی توانند برای مارتنزیت غیردوقلویی که مسئول اثر حافظه شکل در دمای پایین است اعمال شوند، چرا که حافظه شکل توسط تبدیل بین مارتنزیت ناشی از تنش و مارتنزیت ناشی از دما ایجاد می شود. این مشکل توسط برینسون حل شد.

در این مدل کسر حجمی مارتنزیت ( $\xi$ ) به اجزای ناشی از استرس ( $\xi_s$ ) و ناشی از دما ( $\xi_T$ ) جدا شده است:

$$\xi = \xi_T + \xi_s \quad (1)$$

برینسون نشان داد که این معادله ساختاری می تواند به فرم ساده شده زیر در آید:

$$\sigma = E(\xi)(\varepsilon - \xi_s \varepsilon_L) + \Theta(T - T_0) \quad (2)$$

معادلات تکامل برای محاسبه کسر مارتنزیت با توجه به دما و تنش هم اکنون می تواند نشان داده شود:

برای تبدیل به مارتنزیت غیردوقلویی

For  $T > M_s$  and  $\sigma_s^{cr} + C_M(T - M_s) < \sigma < \sigma_f^{cr} + C_M(T - M_s)$

$$\xi_s = \frac{1 - \xi_{s0}}{2} \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} (\sigma - \sigma_f^{cr} - C_M(T - M_s)) \right\} + \frac{1 + \xi_{s0}}{2} \quad (3)$$

$$\xi_T = \xi_{T0} - \frac{\xi_{T0}}{1 - \xi_{s0}} (\xi_s - \xi_{s0})$$

For  $T < M_s$  and  $\sigma_s^{cr} < \sigma < \sigma_f^{cr}$

$$\xi_s = \frac{1 - \xi_{s0}}{2} \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} (\sigma - \sigma_f^{cr}) \right\} + \frac{1 + \xi_{s0}}{2} \quad (4)$$

$$\xi_T = \xi_{T0} - \frac{\xi_{T0}}{1 - \xi_{s0}} (\xi_s - \xi_{s0}) + \Delta_{T\xi}$$

where, if  $M_f < T < M_s$  and  $T < T_0$

$$\Delta_{T\xi} = \frac{1 - \xi_{T0}}{2} \{ \cos[a_M(T - M_f)] + 1 \}$$

else,  $\Delta_{T\xi} = 0$

تبدیل به آستنیت:

For  $T > A_s$  and  $C_A(T - A_f) < \sigma < C_A(T - A_s)$

$$\xi = \frac{\xi_0}{2} \cos \left\{ a_A \left( T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) + 1 \right\} \quad (5)$$

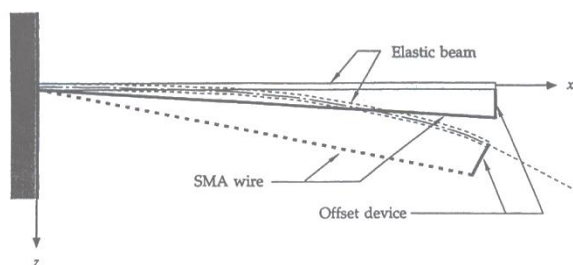
$$\xi_s = \xi_{s0} - \frac{\xi_{s0}}{\xi_0} (\xi_0 - \xi)$$

$$\xi_T = \xi_{T0} - \frac{\xi_{T0}}{1 - \xi_0} (\xi_0 - \xi)$$

که  $(\sigma_0, \varepsilon_0, \xi_0, T_0)$  نشان دهنده ی شرایط اولیه ی ماده بوده و اثر حرارتی و نیرویی از اینجا وارد معادلات می شود.

### ۴. مدل تیر

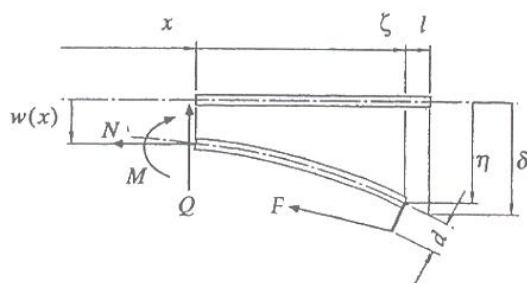
آلیاژهای حافظه دار برای استفاده در طیف گسترده ای از سازه های مهندسی ارائه شده اند. با این حال، پیچیدگی بیشتر کاربردها با رفتار غیر غطی پیچیده ای از خود مواد آلیاژهای حافظه دار ترکیب می شود و آنالیز و طراحی دشواری را می سازد. به همین دلیل، در اینجا برای بررسی یک تیر ساده ی تحت کنترل از یک سیم آلیاژ حافظه دار که به صورت خارجی به آن متصل شده را در نظر می گیریم.



شکل ۲ آرایش تیر الاستیک و سیم حافظه‌دار قبل و بعد تغییر شکل

آرایش تیر الاستیک و سیم آلیاژ حافظه‌دار را در شکل ۲ مشاهده می‌شود. قبل از اینکه سیم آلیاژ حافظه‌دار به تیر متصل شود، سیم به منظور فراهم کردن بخشی از کسر مارتنزیت غیردوقلویی تحت یک روش بارگذاری کششی و باربرداری قرار می‌گیرد، سپس سیم با پیش کرنش باقی‌مانده به تیر متصل می‌شود. (بنابراین دمای شروع سیستم باید زیر  $A_f$  باشد به طوری که مارتنزیت می‌تواند در غیاب تنش وجود داشته باشد.) توجه داشته باشید که سیم آلیاژ حافظه‌دار به انتهای راست تیر با یک دستگاه آفست (خارج از مرکز) با طول متغیر متصل شده است. یک آفست بزرگ انحراف تیر را برای یک بار داده شده در سیم افزایش خواهد داد. سمت چپ سیم به دیوار در پایه‌ی تیر وصل شده است.

سیم به‌طور یکنواخت حرارت می‌بیند یا خنک می‌شود و تغییر شکل تیر به عنوان تابعی از دما توصیف می‌شود. در این مقاله ما دمای آلیاژ حافظه‌دار را به عنوان پارامتر کنترل مخالف با جریان انتخاب می‌شود. علاوه بر این، در اینجا تغییر گرمای نهان در نظر نمی‌گیریم. در هر مورد، اولین قدم این است که معادلات مناسب تیر را فرمول بندی کرده و سپس آن‌ها را با معادلات آلیاژ حافظه‌دار ادغام کنیم. از آنجا که محرک سیم حافظه‌ی شکل در این آرایش تحت کشش ساده است، قانون ساختاری آلیاژ حافظه‌دار، پاسخ خود را براساس دما و بار در سیم ارائه می‌کند. معادلات تیر اولیه را می‌توان با بررسی دیاگرام جسم آزاد تیر فرمول بندی کرد.



شکل ۳ دیاگرام جسم آزاد تیر منحرف شده

نیروی اعمال شده بر روی تیر توسط سیم آلیاژ حافظه‌دار  $F$ ، را می‌تواند به اجزای افقی  $N$  و عمودی  $Q$  تجزیه کرد:

$$N = -F \frac{\zeta - d \sin(w'(\zeta))}{\sqrt{(\zeta - d \sin(w'(\zeta)))^2 + (\eta + d \cos(w'(\zeta) - t/2))^2}} \quad (6)$$

$$Q = -F \frac{\eta + d \cos(w'(\zeta) - t/2)}{\sqrt{(\zeta - d \sin(w'(\zeta)))^2 + (\eta + d \cos(w'(\zeta) - t/2))^2}} \quad (7)$$

که در آن مختصات  $(\zeta, \eta)$  همانطور که در شکل نشان داده شده است موقعیت نوک تیر را مشخص می‌کند،  $t$  ضخامت تیر و  $w(x)$  انحراف تیر از محور  $x$  است. تعادل تیر نیز سپس مورد نیاز است:

$$M = N(\eta + d \cos(w'(\zeta)) - w(x)) - Q(\zeta - x - d \sin(w'(\zeta))) \quad (8)$$

این معادله با معادله تیر معمولی ترکیب می‌شود

$$-\frac{M}{EI} = k(x) = w''(x) \quad (9)$$

جایی که  $k$  انحراف از محور خنثی است، با شرایط مرزی یک سرگیردار در  $x=0$ ،  $w(0) = w'(0) = 0$

## ۱.۴ آنالیز خطی

اگر انحرافات کوچک در مقایسه با طول  $w'(x)$  کوچک، انحنا  $k$  و با جایگذاری معادلات (۶)، (۷) و (۸) در معادله (۹) داریم:

$$w(x) = -d\cos(kx) + \frac{1}{k} \frac{\eta}{\zeta} \sin(kx) + \frac{\eta}{\zeta} x + d \quad (10)$$

معادله (۱۰) بستگی به محل نوک تیر  $\zeta$  و  $\eta$  دارد که در معرض دو محدودیت اضافی است:

$$w(\zeta) = \eta, \quad \int_0^{\zeta} \sqrt{1 + w'(x)^2} dx = l \quad (11)$$

شرایط (۱۱) بیان می‌دارد که مختصات انتهای تیر  $(\zeta, \eta)$  باید در معادله تیر صدق کند و همچنین انتگرال طول تیر از صفر تا  $\zeta$  بدست آمده باید با طول تیر برابر باشد. معادلات (۱۰) و (۱۱) را می‌توان به روش تکرار شونده برای پیدا کردن انحراف تیر برای یک بار شناخته شده  $F$  حل کرد. در مورد کاربرد کنترل شکل، بهر حال،  $F$  نیروی شناخته شده نیست، بلکه یک دمای داده شده در سیم آلیاژ حافظه‌دار تغییر می‌کند که باعث تغییر فاز در سیم پیش کرنش دار می‌شود، که پس از آن نیروی  $F$  در تیری که در مقابل خمش مقاومت می‌کند القا می‌شود.

برای انجام آنالیز توام تیر و سیم حافظه‌دار، توجه داشته باشید که طول سیم آلیاژ حافظه‌دار (در اصل  $l_s$ ) هنگامی که تیر منحرف می‌شود برابر است با

$$l'_s = \sqrt{\zeta^2 + \eta^2} \quad (12)$$

و در نتیجه کرنش در سیم آلیاژ حافظه‌دار توسط

$$\varepsilon = \frac{l_s - \sqrt{\zeta^2 + \eta^2}}{l_s} \quad (13)$$

از آنجا که سیم آلیاژ حافظه‌دار در کشش تک محوره است، تنش به طور مستقیم به نیرو بستگی دارد،  $(\sigma = F/A)$  و این همراه با معادله (۱۳) را می‌توان با معادلات مورد استفاده در قانون ساختاری برای تکمیل سیستم معادلات استفاده کرد. توجه شود که شرایط اولیه  $\xi_0$ ،  $\varepsilon_0$ ،  $\sigma_0$  باید برای سیم آلیاژ حافظه‌دار مشخص شده باشد.

## ۲.۴ روش حل توام تیر و آلیاژ حافظه‌دار

به سبب سختی حل معادله تیر با معادله ساختاری آلیاژ حافظه‌دار، در اینجا یک روش مستقیم عددی انتخاب و ارائه شده است. برای حل این مسئله به طور مستقیم با یک روش عددی، اول مسئله به دو تابع جدا تفکیک شده است:

(۱) کرنش سیم به عنوان تابعی از تنش که از قانون ساختاری آلیاژ حافظه‌دار استفاده می‌کند [معادلات سینتیک تحول و قوانین ساختاری]:

$$\varepsilon_1 = f_1(\sigma) \quad (14)$$

(۲) کرنش سیم به عنوان تابعی از بار که از تئوری تیر محاسبه می‌شود. در این مورد، یک بار معین به تیر اعمال می‌شود که نتیجه آن تغییر شکل تیر است، از آن تغییر شکل انحراف نوک و از این رو طول سیم آلیاژ حافظه‌دار را می‌توان محاسبه کرد.

$$\varepsilon_2 = f_2(\sigma) \quad (15)$$

تفاضل  $\varepsilon_1$  از  $\varepsilon_2$ :

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = f_1(\sigma) - f_2(\sigma) = f(\sigma) \quad (16)$$

در یک دمای خاص، تنها یک تنش برای این که  $f(\sigma) = 0$  وجود دارد. روش جستجوی ساده در اینجا برای پیدا کردن تنش مورد نظر استفاده شده است.  $\sigma_{min}$  و  $\sigma_{max}$  برای اولین تکرار به ترتیب به بار بحرانی  $75^\circ\text{C}$  (حداکثر دمای عملیاتی در این مطالعه) و صفر قرار داده شده است.

$$f(\sigma_{min}) * f(\sigma_{max}) \leq 0 \quad (17)$$

روش جستجو سپس توسط تعریف  $\sigma_i = (\sigma_{max} + \sigma_{min})/2$  اعمال می‌شود. اگر  $f(\sigma_{min}) * f(\sigma_{max}) \leq 0$  در آن هنگام تنش مورد نظر بین  $\sigma_i$  و  $\sigma_{max}$  است و ما دوباره  $\sigma_{min} = \sigma_i$  تعریف می‌کنیم. در غیر این صورت تنش مورد نظر بین  $\sigma_i$  و  $\sigma_{min}$  است، که در این صورت ما دوباره  $\sigma_i = \sigma_{max}$  تعریف می‌کنیم. تکرار براساس معادله (۱۷) و جستجوهای متوالی است تا زمانی که همگرایی مورد نظر بروی تنش  $\sigma$  حاصل شود ادامه می‌یابد.

## ۱.۵ تحلیل خطی تیر

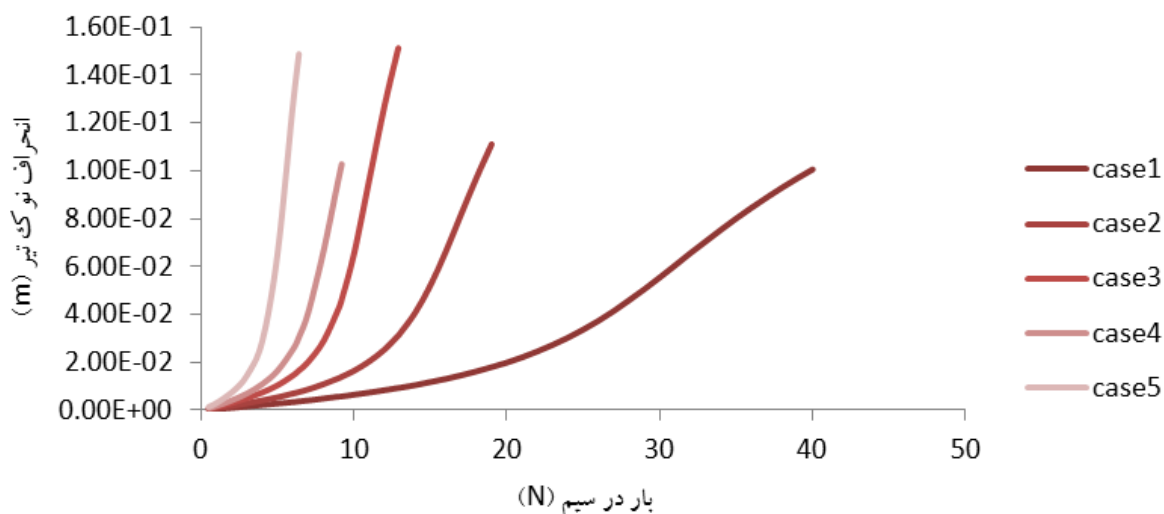
به منظور درستی تئوری تیر بدون در نظر گرفتن محرک آلیاژ حافظه‌دار و قوانین ساختاری، مسئله برای تعدادی تیر نشان داده شده در شکل ۲ اجرا شده است. در این بخش سیم محرک آلیاژ حافظه‌دار را در نظر نگرفته و به جای آن یک نیروی ثابت در نظر می‌گیریم و با توجه به معادله‌ی تیر خطی و شرایط آن به حل آن پرداخته شده است. پنج نمونه بامشخصات هندسی مختلف ارائه شده است که در طول، عرض، ضخامت و ضخامت مختلف هستند، که مشخصات نمونه‌ها در جدول زیر آمده است:

جدول ۱ مشخصات ۵ نمونه (واحد: متر)

نمونه ۱	نمونه ۲	نمونه ۳	نمونه ۴	نمونه ۵
طول تیر	۰/۲۸۶	۰/۴۰۰	۰/۵۰۰	۰/۵۰۰
عرض تیر	۰/۰۵۰	۰/۰۵۰	۰/۰۵۰	۰/۰۲۵
ضخامت تیر	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱
قطر سیم	۰/۰۰۰۶	۰/۰۰۰۶	۰/۰۰۰۶	۰/۰۰۰۶
فاصله آفست	۰/۰۰۳۵	۰/۰۰۳	۰/۰۰۳	۰/۰۰۳

ذکر این نکته ضروری است که آفست برای جلوگیری از کمانش از طریق بارگذاری خارج از مرکز تیر منظور و این که اجازه خمش کنترل

شده‌ی تیر را می‌دهد:



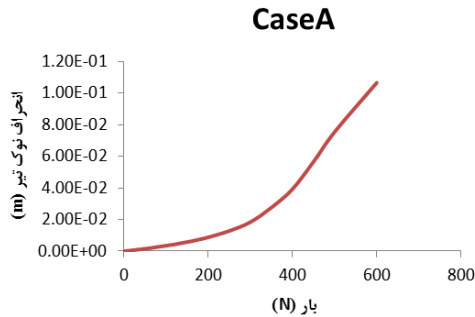
شکل ۴ نمودار خطی تیر

## ۲.۵ حل توأم معادلات تیر و آلیاژ حافظه‌دار

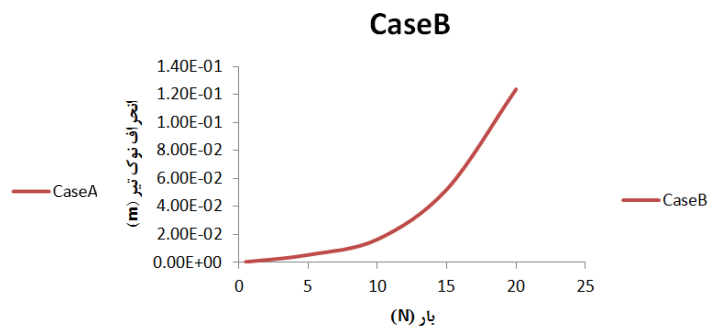
این بخش معادلات تیر و آلیاژ حافظه‌دار به صورت کوپل است و هدف آن کنترل تیر بوسیله‌ی محرک آلیاژ حافظه‌دار است. دو نمونه خاص برای تحلیل ارائه شده و داده‌های ۲ نمونه تیر در جدول (۲) آورده شده است. نکته‌ی قابل توجه این است که نمونه‌ی (B)، همان نمونه‌ی ۲ در قسمت ۱.۵ می‌باشد. فرق بین نمونه‌ی (A) و نمونه‌ی (B) این است که نمونه (A) یک تیر سخت و نمونه (B) یک تیر نرم‌تر را نشان می‌دهد. به همین دلیل با وجود نمونه‌هایی در قسمت ۱.۵ نمونه‌ی دیگری معرفی شده است چون ۵ نمونه بخش ۱.۵ بیانگر نمونه‌های نرم است. توجه به جدول زیر این حقیقت سخت و نرم بودن رو بیشتر آشکار می‌کند.

جدول ۲ ابعاد تیر برای قابلیت کنترل خوب (A) و قابلیت کنترل ضعیف (B)

نمونه B	نمونه A	
۰/۴۰۰	۰/۳۰۰	طول تیر
۰/۰۵۰	۰/۱۰۰	عرض تیر
۰/۰۰۱	۰/۰۰۲	ضخامت تیر
۰/۰۰۳	۰/۰۰۳	فاصله آفست
۰/۰۰۰۶	۰/۰۰۱۳	قطر آلیاژحافظه‌دار



شکل ۶ نمودار خطی تیر نمونه (B)

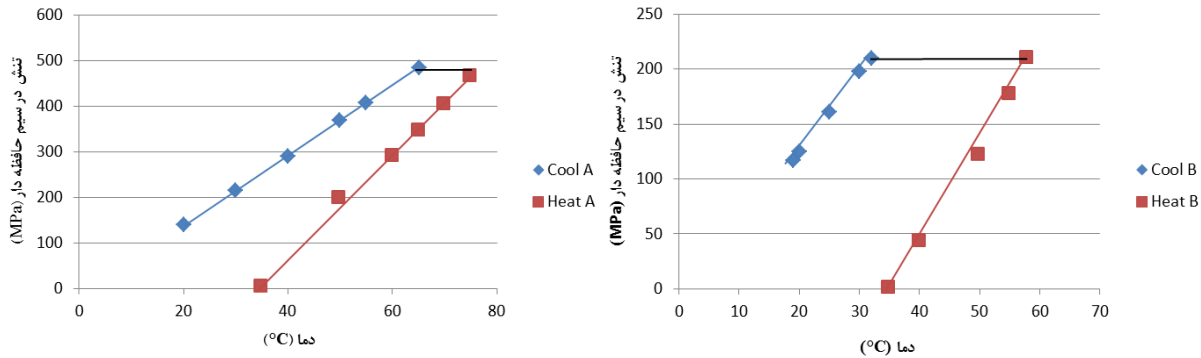


شکل ۵ نمودار خطی تیر (A)

در شکل (۵) و (۶) تحلیل خطی تیر نرم و سخت ارائه شده است، همان‌طور که گفته شد نمونه‌ی (A) نمایانگر تیر سخت است و بنابراین بازه‌ی نیرویی آن بسیار بیشتر از نمونه‌ی (B) است، به همین خاطر در دو شکل مجزا آورده شده است. خصوصیات مواد برای آلیاژحافظه‌دار در نمونه‌های زیر از داده‌های داده شده توسط لیانگ ۱۹۹۰ و دای ۱۹۹۰، [۹] بروی آلیاژ نیتینول (Ni<sub>55</sub>Ti) گرفته شده است. مقادیر و خصوصیات لازم مواد در جدول ۳ لیست شده است

جدول ۳ خصوصیات مواد برای آلیاژ نیتینول استفاده شده در مثال آورده شده [۱]

مدول	دماهای تحول	ثابت‌های تحول	ماکزیمم کرنش باقی مانده
$Da = 67 \times 10^3 \text{ MPa}$	$M_f = 9 \text{ }^\circ\text{C}$	$C_M = 8 \text{ MPa/}^\circ\text{C}$	
$Dm = 26 \times 10^3 \text{ MPa}$	$M_s = 18 \times 4 \text{ }^\circ\text{C}$	$C_A = 13 \times 8 \text{ MPa/}^\circ\text{C}$	$\epsilon_L = 0.067$
$\Theta = 0.55 \text{ MPa/}^\circ\text{C}$	$A_s = 34 \times 5 \text{ }^\circ\text{C}$	$\sigma_s^{CT} = 100 \text{ MPa}$	
	$A_f = 49 \text{ }^\circ\text{C}$	$\sigma_f^{CT} = 170 \text{ MPa}$	



شکل ۷ تنش در سیم حافظه‌دار به عنوان تابعی از دما برای نمونه‌ی (A) و (B)

در شکل (۷)، با افزایش دما از دمای محیط پاسخ کمی به انحراف و کنترل شکل از خود نشان می‌دهد تا این که دما به دمای تحول بحرانی (حدود ۳۵ درجه سانتی گراد) برسد. در این مرحله مارتنزیت غیر دوقلویی در سیم حافظه‌دار شروع به تحول معکوس به فاز مادر می‌کند که می‌تواند در بازایی کرنش بدون تنش اگر سیم بدون قید و محدودیت باشد نتیجه دهد. از آنجایی که سیم به تیر متصل شده است، با این حال، تیر مقاومت در برابر تغییر شکل خواهد داد و از این رو تنش در سیم هم‌چنان که دما افزایش می‌یابد، به صورت مداوم افزایش می‌یابد. همانطور که دما افزایش می‌یابد، کسر مارتنزیت کاهش می‌یابد. همانطور که این اتفاق رخ می‌دهد، نوک تیر به عنوان ماده حافظه‌دار که کرنش اولیه را بازایی می‌کند منحرف می‌شود.

زمانی که در دمای محیط هستیم سیم حافظه‌دار در فاز مارتنزیت غیر دوقلویی است، در واقع به این معناست که کسر اولیه مارتنزیت تنش القایی  $\xi_{S0}$  صفر نمی‌باشد، که در این جا با توجه به اینکه سیم در حالت ۰/۳٪ پیش کرنش دار به تیر متصل شده است دارای کسر اولیه مارتنزیت ۰/۴۵ است. همانطور که بیان شد با افزایش دما تحول معکوس به فاز مادر یعنی آستنیت انجام می‌دهد، که این افزایش دما تا زمانی افزایش می‌یابد که کسر مارتنزیت  $\xi_c$  به صفر برسد و تمام مارتنزیت به آستنیت تبدیل شوند. همانطور که مشاهده می‌شود مثلاً در نمونه‌ی (A) در مسیر برگشت، در حدود دمای ۶۰ درجه سانتی گراد شروع به تبدیل معکوس به مارتنزیت می‌کند و آن هم به این دلیل است که هیچ تحول معکوسی بین دمای ۷۵ تا ۶۰ درجه سانتی گراد رخ نمی‌دهد. در دمای ۶۰ درجه سانتی گراد کسر مارتنزیت شروع به افزایش از صفر به ۰/۴۵ می‌نماید. تا اینکه در حدود دمای ۲۰ درجه سانتی گراد این تحول کامل می‌شود.

تمایز بین مورد A (تیر سخت) و مورد B (تیر نرم) را می‌توان به وضوح دید. همان‌طور که در شکل (۷) مشاهده می‌شود که تیر نرمتر مقاومت کمتری برای تحول آستنیت فراهم می‌کند و از این رو تحول در یک دمای بسیار پایین‌تر و در یک تنش بسیار کمتر از تیر سخت کامل می‌شود و به پایان می‌رسد.

## ۶. نتیجه:

این مقاله مسئله تیرها با آلیاژ حافظه‌دار شکل را در نظر گرفته است. تحلیل خطی تیر مورد بررسی قرار گرفته و یک قانون ساختاری برای مواد حافظه‌دار با آنالیز تیر خطی ادغام شده است. روشی عددی برای حل معادلات حاکم بر در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که شکل تیر می‌تواند به خوبی با این روش کنترل شود.

## مراجع

- [1] Brinson, L.C., Huang, M.S., Boller, C., Brand, W., "Analysis of Controlled Beam Deflections Using SMA Wires," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 8, No. 1, pp.12-25, 1997.
- [2] Chaudhry, Z., and Rogers, C.A., "Bending and shape control of beams using SMA actuators," *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* 2, pp. 581-602, 1991.
- [3] Brand, W., Boller, Chr., Huang, M.S., and Brinson, L.C., "Introducing the constitutive behavior of shape memory alloys into adaptive engineering structures," *ASME Winter Annual Meeting: Symp. on the Mechanics of Phase Transformations, and Shape Memory Alloys (Chicago, IL)*, 1994.
- [4] Steven, G., Shuy, Dimitris, C., Lagoudas, Z., Hughes, D., and Wen, J.T., "Modeling of a flexible beam actuated by shape memory alloy wires," *Smart Mater. Struct.* 6, pp.265-277, 1997.
- [5] Moallem, M., "Deflection Control of a Flexible Beam Using Shape Memory Alloy Actuators," *Smart Materials and Structures*, 12(6), pp.1023-1027, 2003.
- [6] Humbeeck, J.V., "Non-medical applications of shape memory alloys," *Materials Science and Engineering A273-275*, pp. 134-148, 1999.
- [7] Zakerzadeh, M.R., and Salehi, H., "Comparative Analysis of Some one-Dimensional SMA Constitutive Models for a Ni-Ti Wire for Shape Control Applications with Experimental Data," *Proceeding of 20th Int. Conf. on Adaptive Structures and Technologies, Hong Kong 2009*.
- [8] محققیان، ا.، بررسی رفتار ترمومکانیکی سیم‌هایی از جنس آلیاژ حافظه‌دار، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۸۸.
- [9] Liang, C. and Rogers, C.A. 1990 "One-Dimensional Thermomechanical Constitutive Relation for Shape Memory Materials," *J. of Intell. Master. Syst and Struct.* 1(2) pp.207-234, 1990.